

E il pensiero scoprì la sua logica

Il 2 novembre 1815
nasceva George Boole:
Con lui prende piede
la «logica matematica»,
che è alla base dell'odierna
«rivoluzione digitale»

di Massimo Mugnai

Per quanto singolare possa apparire dal punto di vista di un osservatore contemporaneo, logica e matematica si sono sviluppate per secoli lungo strade indipendenti l'una dall'altra. Sebbene Aristotele, l'inventore della logica, menzioni nella sua opera teoremi di geometria e mostri di avere familiarità con la matematica del tempo, e sebbene la stessa cosa si possa dire (per quanto ne sappiamo, data l'esiguità delle fonti) dei logici stoici, è soltanto a partire dal secolo XVI che, nella cultura occidentale, si sente l'esigenza di "gettare un ponte" tra logica e matematica.

A promuovere l'incontro tra le due discipline contribuirono due eventi fondamentali: la riscoperta degli *Elementi* di Euclide, che nel medioevo avevano avuto scarsa circolazione, e la pubblicazione delle opere di François Viète (1540-1603), nelle quali si fa uso di un'efficace notazione simbolica mediante lettere dell'alfabeto per rappresentare calcoli algebrici. Il rinato interesse per Euclide pose il problema se la logica tradizionale, fondata sul sillogismo aristotelico, fosse adeguata a rappresentare le dimostrazioni degli *Elementi*; l'algebra di Viète suggerì la possibilità di ricondurre la logica a una sorta di "calcolo letterale" sul tipo di quello algebrico. Un ulteriore passo nella direzione di un incontro tra logica e matematica fu anche l'idea, avanzata da Hobbes, che l'attività del pensiero sia semplicemente un calcolo (dove lo slogan: "pensare è calcolare").

Il confronto con gli *Elementi* mette progressivamente in luce l'inadeguatezza della sillogistica aristotelica come canone logico per rappresentare le dimostrazioni matematiche. Il progetto di ridurre la logica tradizionale a un calcolo dà luogo invece a un certo numero di tentativi, perlopiù non riusciti, di rappresentare le operazioni logiche fondamentali (congiunzione, disgiunzione, negazione) mediante le operazioni aritmetiche di prodotto, somma, sottrazione. È nella seconda metà del secolo XVII che Leibniz

conia l'espressione "logica matematica".

È tuttavia soltanto con la pubblicazione de *L'analisi matematica della logica* (1847) ad opera di George Boole (di cui domani, 2 novembre, ricorrono i duecento anni dalla nascita) che si può parlare di una compiuta "matematizzazione" della logica (i risultati di Leibniz, affini a quelli di Boole, rimasero sconosciuti fino all'inizio del Novecento). Boole ampliarà in seguito il saggio del '47, pubblicando nel 1854 quella che è considerata la sua opera più importante: *Un'indagine sulle leggi del pensiero*, sulla quale sono fondate le teorie matematiche della logica e delle probabilità. A differenza dei suoi predecessori, Boole focalizza la propria attenzione più che sulle operazioni del progettato calcolo logico, sulle proprietà di tali operazioni, costruendo la prima algebra capace di dar conto in modo coerente delle inferenze logiche. Boole costruisce un calcolo algebrico nel quale le lettere sono suscettibili di una duplice interpretazione: come classi di oggetti qualsiasi oppure come numeri. I numeri sono "0" e "1" e designano, rispettivamente, la classe vuota o la totalità degli oggetti che si stanno considerando (l'universo di discorso). Siccome poi, componendo tra loro in vari modi i simboli letterali con i simboli di operazione e con la relazione di uguaglianza, si possono rappresentare proposizioni, 0 e 1 sono impiegati anche per designare quando una proposizione è falsa (0) oppure vera (1).

L'originale calcolo logico messo a punto da Boole presentava alcuni difetti che furono poi corretti dai successori, in particolare dal logico e filosofo americano Charles Sanders Peirce (1839-1914) che, sulle orme di Augustus De Morgan (1806-1871) integrò il calcolo algebrico con la trattazione delle relazioni e quindi degli enunciati relazionali (del tipo: «tutti gli A sono maggiori di tutti B maggiori di qualche C»), che la logica tradizionale aveva difficoltà a trattare.

Boole era convinto che le leggi logiche descrivessero «come si pensa»: ciò ha fatto sì che fosse rubricato tra coloro che vedono nella logica una disciplina *descrittiva*: nel gergo filosofico, tra gli "psicologisti". A questi ultimi, di solito, si fanno due obiezioni: 1) se le leggi logiche derivano dall'osservazione del comportamento degli individui (come le persone "normali" fanno le inferenze), allora tali leggi hanno base induttiva e hanno



validità soltanto probabile; 2) quando pensiamo, non sempre pensiamo “nel modo giusto”, facciamo errori di ragionamento, la logica però prescrive come dovremmo pensare e non si limita a descrivere come pensiamo di fatto.

Boole è tuttavia uno “psicologista” raffinato: nega che le leggi logiche siano ricavate dall’osservazione mediante induzione. Basta il solo esempio concreto di un’asserzione, perché, mediante semplice intuizione, siamo in grado di cogliere la legge generale nell’esempio. Boole inoltre, assume che la logica sia descrittiva del ragionamento *corretto*, finendo così per ammettere l’esistenza di un elemento normativo, non solo descrittivo, nelle leggi logiche.

La scienza del ragionamento corretto nacque su basi psicologiche e si nutre degli strumenti dell’algebra. I suoi principi ispirano ancora oggi gli ambiti più innovativi della ricerca

Un noto detto di Goethe recita: «i matematici sono una specie di francesi, se dici loro qualcosa, la traducono nella loro lingua e diventa subito un’altra cosa». Ciò è vero anche in riferimento alla rivoluzione operata da Boole. Dopo Boole, la logica si è trasformata radicalmente: ha cessato di essere soggetta unicamente alla filosofia e ha spostato i propri quartieri sia nei territori della matematica sia in quelli dell’informatica.

La scoperta di Boole ha promosso nel tempo la costruzione di un vasto insieme di calcoli, denominati appunto “algebre di Boole”, che sono impiegati attualmente in vari settori della ricerca scientifica, dalla linguistica all’informatica, alle “scienze cognitive”, oltre che, ovviamente, in matematica e in logica. Con la sua algebra, Boole ha contribuito in maniera essenziale alla costruzione dei moderni calcolatori e quindi alla costruzione della straordinaria gamma di congegni che costituiscono la cosiddetta “rivoluzione digitale” e che fanno parte ormai della nostra vita quotidiana.

Illustrazione di Guido Scarabottolo

